следования, так и выводы φ^4-модели на широкий круг объектов в физике конденсированных сред, таких, как твёрдые и жидкие *кристаллы, ферромагнетики* и *антиферромагнетики, сверхпроводники* и сверхтекучие жидкости He^4 и He^3 и т. д. Возможность применения топологич. методов к классификации *дефектов* (нарушений локального равновесия) в конденсированных средах замечена Г. Е. Воловиком и В. П. Минеевым (1977) и основана на том, что во многих физически интересных ситуациях (примеры приведены ниже) можно говорить об установлении т. н. *локального термодинамического равновесия*. При этом можно говорить о темп-ре образца T как о ф-ции, зависящей от точки, а если состояния термодинамич. равновесия оказываются вырожденными при темп-рах ниже нек-рого критич. значения $T < T_c$, то и др. характеристики конденсированных сред будут зависеть от точки (см. [3]). Естеств. предположение о непрерывности таких зависимостей позволяет описывать состояния конденсированных сред в терминах полевых переменных и соответственно использовать методы алгебраич. *топологии* (теорию гомотопий, теорию гомологий и когомологий, теорию *расслоений* и др.) для классификации состояний, установления закономерностей глобального характера, доказательства теорем существования солитонных решений и т. д.

Дефекты в конденсированных средах как Т. с. Топологич. анализ дефектов не претендует на полноту описания физ. картины, в частности, он практически не даёт количественных ответов, к-рые по сути слабо зависят от реализуемой топологии. Тем не менее такой анализ позволяет простыми средствами выявлять те качественные особенности рассматриваемых явлений, к-рые должны быть приняты во внимание при более детальном описании. Напр., легко можно понять причину отсутствия топологически устойчивых образований в обычной жидкости. Как известно, вихри могут быть устойчивы лишь в идеальной жидкости (теорема Кельвина — Гельмгольца), а под влиянием вязкости такие вихри рассасываются. С точки зрения топологии причина состоит в том, что обычная жидкость не вырождена. В то же время *квантованные вихри* в сверхтекучем He^4 топологически устойчивы именно в силу вырожденности осн. состояний. В результате никакое вязкое трение не может изменить кванта циркуляции сверхтекучей скорости He^4; с др. стороны, рассасывание вихря означало бы расширение области дефекта (нарушения сверхтекучести), что энергетически невыгодно.

Во многих случаях для предсказания существования того или иного типа дефекта в образце конденсированной среды достаточно исследовать связность пространства вырождения D — множества всех равновесных состояний образца при фиксиров. темп-ре T. Согласно теории Ландау *фазовых переходов* 2-го рода, равновесное состояние образца определяется минимизацией функционала свободной энергии по множеству состояний, характеризуемых конечным числом параметров, называемых *параметрами порядка* теории. Рассматривая параметры порядка $\varphi(x)$ как непрерывные отображения, определённые в области $\mathcal{M} \subset R^3$, занимаемой образцом, и принимающие значения в пространстве вырождения D

$$\varphi(x): \mathcal{M} \to D, \tag{5}$$

приходим к стандартной задаче теории гомотопий по классификации отображений (5). Математически $\mathcal{M}$ определяется как компактное связное *многообразие* с границей $\partial\mathcal{M}$, а дефекты отождествляются с особыми (сингулярными) или неособыми точками, линиями и плоскостями, где параметры порядка $\varphi(x)$ не определены. Если тем или иным образом удаётся доопределить отображение $\varphi(x)$ так, что оно будет регулярным во всей области $\mathcal{M}$, то такие дефекты наз. устранимыми. Наличие неустранимых особенностей в поле параметра порядка ведёт к пересмотру его области определения, т. е. вместо (5) рассматривают отображения вида

$$\varphi(x): \mathcal{M}\backslash\Sigma \to D, \tag{5a}$$

здесь Σ — область дефекта (подмногообразие $\mathcal{M}$), где параметры $\varphi(x)$ не определены регулярным образом.

В том случае, когда среда обладает *точечными дефектами*, Σ будет 0-мерным подмногообразием, состоящим из одной или нескольких особых точек внутри $\mathcal{M}$. Такие дефекты принято называть «ежами» по виду конфигурации параметра $\varphi(x)$ в окрестности особой точки. С топологич. точки зрения $\mathcal{M}\backslash\Sigma = \mathcal{M}\backslash\{0\} \simeq S^2$, иными словами, всегда возможно охватить область Σ сферой S^2 (рис. 4, *а*), и вместо отображений (5а) рассматривать в качестве параметров порядка

$$\varphi|_{S^2}: S^2 \to D. \tag{6}$$

Дальнейшая топологич. классификация дефектов проводится по стандартной схеме. Множество отображений (6) разбивается на гомотопич. классы $[S^2, D]_i$, $i \in \mathbb{Z}$, каждый

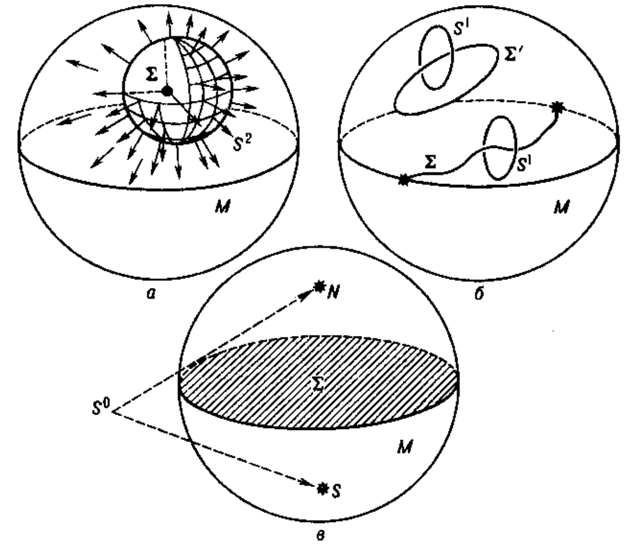

Рис. 4. Типы дефектов в конденсированных средах и соответствующие им подмногообразия дефектов Σ: *а* — точечный дефект; *б* — линейный дефект; *в* — планарный дефект.

из к-рых объединяет лишь те отображения из (6), к-рые переводимы друг в друга непрерывной деформацией (гомотопны между собой). Далее, на множестве гомотопич. классов $\{[S^2, D]_i\}$ задаётся закон композиции, по отношению к к-рому классы $[S^2, D]_i$ будут элементами 2-й гомотопической группы $\pi_2(D)$. Результат анализа сводится к утверждению, что топологически стабильные точечные дефекты в конденсированных средах возможны в случае, когда $\pi_2(D) = \mathbb{Z}$, т. е. когда каждому гомотопич. классу можно поставить в соответствие нек-рое число N из бесконечной *группы* целых чисел $\mathbb{Z}$ или одной из её конечных подгрупп. В применении к конденсированным средам вместо термина «гомотопический класс» употребляется термин «топологический тип дефекта», а число N наз. топологическим индексом (или зарядом) дефекта. Др. следствием изоморфизма $\pi_2(D) = \mathbb{Z}$ является «арифметика дефектов» при их слияниях и распадах: индекс «составного» дефекта N должен быть равен сумме (точнее, одному из значений суммы, в силу возможной многозначности операции сложения) индексов N_1 и N_2 слагаемых дефектов при слиянии и образовавшихся дефектов при распаде.

Одномерные подмногообразия дефектов Σ состоят из одной или нескольких особых линий, к-рые либо замкнуты в $\mathcal{M}$, либо начинаются и заканчиваются на границе $\partial\mathcal{M}$ (рис. 4, *б*). Такие линейные дефекты наз. «вихрями» или «струнами», а область Σ в любой точке можно охватить окружностью S^1. В этом случае параметры порядка суть отображения